

**УСТАНОВКА ДЛЯ МОДЕЛИРОВАНИЯ ФИЛЬТРАЦИИ ФЛЮИДОВ В ПОРИСТЫХ СРЕДАХ  
МЕТОДОМ ЭЛЕКТРОГИДРОДИНАМИЧЕСКОЙ АНАЛОГИИ**

**М.А. Богданов, М.А. Богданов**

Научный руководитель доцент Ю.В. Богданова

*Национальный исследовательский Томский политехнический университет, г.Томск, Россия*

В технологиях моделирования процессов фильтрации флюидов в пористых средах выделяют три подхода: физическое моделирование, математическое моделирование и аналоговое моделирование [3]. Развитие компьютерных технологий и, соответственно, сложности математических моделей и скорости проведения численных расчетов и их доступность привели к быстрому развитию методов численного моделирования и разработке прикладных программных комплексов [1]. На этом фоне методы аналогового моделирования теряют былую актуальность, как с научной, так и с прогностической точек зрения, но они остаются востребованными, во-первых, как методологический и методический инструмент, во-вторых, как дополнение к методам математического моделирования в области проверки возможности существования полученного решения.

В методологии современной науки отмечается важность прослеживания аналогий между процессами и явлениями в различных областях знания [6]. Понимание результатов и методов их получения, умение применить их в других условиях и/или к другому предмету исследования позволили сделать многие научные открытия. С другой стороны, для того, чтобы лучше понять процессы, которые в силу своей сложности невозможно изучать прямым наблюдением, необходимо строить модели. В своей монографии [5], первое издание которой на русском языке опубликовано 1949 году, Моррис Маскет поясняет процессы фильтрации при различных условиях на данных, полученных методом электрогидродинамической аналогии. В процессе проведения лабораторных и исследовательских работ на установке по аналоговому моделированию студенты познакомятся с историей развития моделирования в гидродинамике, научатся понимать примеры аналогий в классической литературе по подземной гидродинамике и приобретут опыт решения задач прикладной гидромеханики. Исследовательские работы на такой установке могут заключаться в экспериментальном решении задач фильтрации.

Математическая задача, описывающая процессы фильтрации несжимаемой жидкости, сводится к уравнению Лапласа для напора  $h$  и закону фильтрации Дарси, связывающему скорость фильтрации  $\vec{v}$  и градиент напора  $\nabla h$  через коэффициент фильтрации  $k$ .

$$\nabla^2 h = 0 \quad (1)$$

$$\vec{v} = -k \nabla h \quad (2)$$

где  $\nabla$  – оператор Гамильтониана, который в декартовой системе координат имеет вид:

$$\nabla = \frac{\partial}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial}{\partial z} \vec{k}$$

Уравнение Лапласа, описывает и другие физические процессы (например, теплопроводность, электропроводность), поэтому методы решения этих уравнений и сами решения можно использовать для задач фильтрации [7]. Если же говорить о методах аналогового моделирования, то в прошлом веке проводилось множество исследований и расчетов методом электрогидродинамической аналогии, т.к. этот способ наиболее прост в реализации.

Математическая задача, описывающая процессы протекания электрического тока через среду с удельной проводимостью  $\sigma$  определяется электростатическим потенциалом  $\varphi$ , который подчиняется уравнению Лапласа, полностью аналогичному (1):

$$\nabla^2 \varphi = 0 \quad (3)$$

Вектор плотности тока линейно зависит от градиента потенциала, как и скорость фильтрации от напора (2)

$$\vec{i} = -\sigma \nabla \varphi \quad (4)$$

Интегральными характеристиками процессов фильтрации и протекания тока аналогичными будут фильтрационный расход (поток или объемная скорость), определяемый как поток вектора скорости фильтрации через сечение  $S$ :

$$Q = \int_S \vec{v} \cdot d\vec{s}$$

и сила тока, как поток вектора плотности тока:

$$I = \int_S \vec{i} \cdot d\vec{s}$$

где точка означает скалярное произведение, и вектор элементарной площадки  $d\vec{s}$  направлен перпендикулярно плоскости площадки и имеет острый угол с вектором скорости фильтрации или плотности тока.

Из уравнений (2) и (4) следует, что свойства среды, в которой происходит фильтрация или течет ток, задаются коэффициентом фильтрации или проводимостью. Если эти параметры равны 0, то потоки отсутствуют. В самом простом случае однородной изотропной среды эти коэффициенты являются числами. Для неоднородной среды коэффициент фильтрации и проводимость меняются от точки к точке, т.е. являются функциями координат:

$$k = k(x, y, z); \sigma = \sigma(x, y, z) \quad (6)$$

В анизотропной среде коэффициенты являются тензорами 2 ранга (квадратными матрицами 3x3). В этом случае направление вектора скорости фильтрации и направление вектора плотности тока не совпадают с направлением градиента напора и электрического потенциала соответственно.

Решение дифференциальных уравнений (1, 4) зависит не только от параметров среды, но и от граничных условий. Граница среды в виде непроницаемой или изоляционной поверхности моделируется равенством нулю производной по направлению, перпендикулярному этой поверхности, математическое условие имеет вид:

$$\frac{\partial h}{\partial n} = \nabla h \cdot \vec{n} = 0; \quad \frac{\partial \varphi}{\partial n} = \nabla \varphi \cdot \vec{n} = 0$$

Очевидно, что собрать установку реальных размеров для решения задач подземной гидродинамики не представляется возможным, поэтому при построении модели необходимо принимать во внимание теорию гидродинамического подобия.

Установка строится из двух блоков: электрического и модельного. В курсе общей физики проводится лабораторная работа «Изучение электростатического поля методом ванн» [4]. В этой работе двумерное электростатическое поле в однородной изотропной среде моделируется слабыми токами проводимости. Электрическая часть установки собрана по компенсационному принципу (мостик Уитстона), что позволяет рисовать эквипотенциальные поверхности для выбранного электрического потенциала. Электрическая схема состоит из источника постоянного тока, чувствительного гальванометра, имеющего 2 режима для грубой настройки и точной подстройки, реостата, резистора сопротивления и трех «щупов». Щупы помещаются в модельную емкость, причем два из них закрепляются стационарно – это анод и катод (для моделирования течения флюида эти щупы – являются источником и стоком), а третий может свободно перемещаться, позволяя находить точки равновесия моста (нулевое положение стрелки гальванометра). Таким образом, сопротивление слабопроводящей среды между стационарными щупами и свободным являются плечами мостика. Установка для моделирования фильтрации может иметь такой же электрический блок.

Модельная часть лабораторной установки – прямоугольная емкость (ванна) с небольшим слоем слабопроводящей жидкости (воды) – это модель двумерной однородной изотропной среды. Для задач фильтрации необходимо создать модель неоднородной и анизотропной среды. Как следует из (6) в этом случае проводимость вещества, заполняющего ванну должна быть неоднородна и анизотропна. Для создания неоднородностей в ванну предполагается помещать диэлектрики и проводники в форме влажных порошков с частицами необходимых размеров. Диэлектрическая крошка – модель непроницаемой области, проводник (металл) – модель хорошо проводящей трещины, слабопроводящая жидкость – модель однородной фильтрующей среды.

Таким образом, установка для моделирования фильтрации флюидов в пористых средах методом электрогидродинамической аналогии может быть создана на основе стандартной лабораторной работы, путем совершенствования модельной части ванны. Предполагается, что модель будет двумерной. Такая модель может использоваться для проведения лабораторных работ и творческих проектов студентов, обучающихся по направлению «Нефтегазовое дело».

### Литература

1. Гладков Е.А. Геологическое и гидродинамическое моделирование месторождений нефти и газа: учебное пособие / Е.А. Гладков; Томский политехнический университет. – Томск: Изд-во Томского политехнического университета, 2012. – 99 с.
2. Гуцов М.А., Крушельницкий В.Л. Метод электрогидродинамической аналогии / М.А. Гуцов, В.Л. Крушельницкий [Электронный ресурс], режим доступа <http://ars.gubkin.ru/NEWPAP/PAGE7.htm> (дата обращения 23.02.2016 г.)
3. Дмитриев Н.М., Кадет В.В. Введение в подземную гидромеханику / Серия «Высшее нефтяное образование». – Москва: ЦентрЛитНефтеГаз, 2009. – 272 с.
4. Зеличенко В.М. Лабораторный практикум по физике. Электричество и магнетизм: учебное пособие / В.М. Зеличенко, В.В. Ларионов, В.И. Шишковский – Томск: Изд-во ТГПУ. Ч. 2: Электричество и магнетизм. – 2007. – 230 с.
5. Маскет М. Течение однородных жидкостей в пористой среде / М. Маскет. – Москва-Ижевск: Изд-во Института компьютерных исследований, 2004. – 640 с.
6. Новиков Н.Б. 1000 аналогий изменивших науку (новый взгляд на гениальность) / Н.Б. Новиков [Электронный ресурс], режим доступа [http://www.vixri.ru/d/Novikov%20B.N.%20\\_1000%20analogij.%20izmenivshix%20nauku%20%28novyj%20vzglyad%20na%20genial'nost'%29%20Moskva.pdf](http://www.vixri.ru/d/Novikov%20B.N.%20_1000%20analogij.%20izmenivshix%20nauku%20%28novyj%20vzglyad%20na%20genial'nost'%29%20Moskva.pdf) (дата обращения 23.02.2016 г.)
7. Сунцов Н.Н. Методы аналогий в аэрогидродинамике. – М.: Гос. изд. физико-математической литературы. – 1958. – 324 с.